<u>Université Aix-Marseille - UE52P, électromagnétisme – Partiel, novembre 2013</u>

Durée: 2 heures. Calculatrices (non communicantes) autorisées.

L'énoncé est rédigé de sorte que de nombreuses questions puissent être traitées indépendamment des autres questions.

Dans tout l'énoncé, l'espace est rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\vec{e}_x,\vec{e}_y,\vec{e}_z)$, et un point M de l'espace est repéré par ses coordonnées (x,y,z) dans ce repère, ou bien par le vecteur $\vec{r}=\overrightarrow{OM}$. Les quantités ε_0 et μ_0 désignent respectivement la permittivité et la perméabilité du vide. Tous les matériaux envisagés ont la perméabilité du vide μ_0 (matériaux non magnétiques). On considère des régimes harmoniques de pulsation ω, et le champ électromagnétique est représenté au moyen des vecteurs complexes $\vec{\mathscr{E}}$, $\vec{\mathscr{H}}$, $\vec{\mathscr{B}}$, $\vec{\mathscr{D}}$ en utilisant une dépendance temporelle en $\exp(-i\omega t)$: le lien entre les vecteurs réels et les vecteurs complexes est: $\vec{E}(\vec{r},t)=\mathrm{Re}[\vec{\mathscr{E}}(\vec{r})\exp(-i\omega t)]$ (exemple donné pour le champ électrique). On pose $k_0=\omega\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}$.

A - Profondeur de pénétration dans l'eau

Dans un milieu de permittivité complexe $\varepsilon=\varepsilon_0\varepsilon_r$, en l'absence de sources, se propage une onde plane de vecteur d'onde $\vec{k}=k\,\vec{e}_x$, et de champ électrique complexe $\vec{\mathscr{E}}(\vec{r})=\vec{\mathscr{E}_0}\exp[i\,\vec{k}\cdot\vec{r}]$.

A1 Que vaut le Laplacien de $\exp[i\,\vec{k}\cdot\vec{r}]$? En déduire la valeur de k.

A2 L'indice optique n du milieu est défini par $n^2=\varepsilon_r$. Préciser sa détermination dans le cas d'une permittivité complexe.

A3 On pose $n_1=n'+i\,n''$, avec n' et n'' réels. Montrer que $(\vec{\mathscr{E}}\cdot\overline{\vec{\mathscr{E}}})=(\vec{\mathscr{E}_0}\cdot\overline{\vec{\mathscr{E}_0}})\exp[-2\,k_0 n'' x]$.

A4 On donne, dans le cas de l'eau, les valeurs de l'indice optique pour les deux longueurs d'onde (dans le vide) suivantes:

pour $\lambda_1=0{,}475\,\mu\mathrm{m}$, $n_1=n_1'+i\,n_1''=1{,}342+i\;7{,}01.\,10^{-10}$

pour $\lambda_2=0{,}650\,\mu\mathrm{m}$, $n_2=n_2'+i\,n_2''=1{,}331+i\;1{,}67.\,10^{-8}$

Parmi ces deux longueurs d'onde, laquelle correspond à une radiation lumineuse rouge et laquelle à une radiation bleue ?

A5 Vérifier, pour $\lambda_1=0{,}475\,\mu\mathrm{m}$, que l'indice optique correspond effectivement à celui d'un milieu avec pertes.

A6 Déterminer le vecteur de Poynting complexe $\vec{\mathscr{P}}=\frac{1}{2}\vec{\mathscr{E}}\wedge\overline{\vec{\mathscr{H}}}$ de cette onde, puis exprimer la dépendance spatiale de $\mathrm{Re}(\vec{\mathscr{P}})$ en fonction de la coordonnée x, de k_0, et de la partie imaginaire n'' de l'indice optique.

A7 On appelle profondeur de pénétration la distance ℓ telle que lorsque le champ se propage d'une distance ℓ dans le milieu, <u>l'amplitude</u> de l'onde décroît d'un facteur e (attention, il ne s'agit pas ici du vecteur de Poynting). Déterminer l'expression de la profondeur de pénétration, et faire les applications numériques correspondantes pour chacune des deux longueurs d'onde.

A8 En déduire par quel facteur est atténuée la <u>puissance</u> électromagnétique transportée par cette onde lorsqu'elle traverse une épaisseur de 10 mètres d'eau, et ceci pour chacune des deux longueurs d'onde.
Qu'en concluez-vous ?

B - Onde plane et vecteur de Poynting

On s'intéresse à une onde plane de pulsation ω se propageant dans le vide, de champ électrique complexe $\vec{\mathscr{E}}(r)=\vec{\mathscr{E}_0}\exp(i\,\vec{k}\cdot\vec{r})$. On suppose que le vecteur $\vec{k}$, réel, s'écrit $\vec{k}=k\,\vec{u}$, où $\vec{u}$ est un vecteur unitaire réel.

B1 Que vaut le nombre k ?

B2 On suppose que $\vec{\mathscr{E}_0}$ est un vecteur réel. Comment interprétez-vous cette hypothèse?

B3 Calculer le vecteur de Poynting complexe $\vec{\mathscr{P}}=\frac{1}{2}\vec{\mathscr{E}}\wedge\overline{\vec{\mathscr{H}}}$ associé à cette onde, en éliminant le champ $\vec{\mathscr{H}}$ et en ne conservant que le champ électrique $\vec{\mathscr{E}}$.

B4 Quel est le lien entre le vecteur de Poynting complexe $\vec{\mathscr{P}}$ et la puissance électromagnétique transportée par l'onde et traversant une surface quelconque?

B5 On suppose que cette onde a été émise par un satellite de télécommunications en orbite géostationnaire, que la puissance transportée par cette onde est de 1 kW, et que cette puissance se répartit uniformément sur une surface carrée de 1000 km de côté (à peu près un pays comme la France), perpendiculaire à $\vec{u}$. Quel est le module du champ électrique $\vec{\mathscr{E}_0}$ reçu à la surface de la Terre? Application numérique.

C - Équivalence métal-diélectrique; onde plane dissociée

Dans tout cet exercice, on se place en régime harmonique.

C1 Rappeler l'écriture des équations de Maxwell, en régime harmonique, en utilisant les vecteurs complexes.

C2 Un métal ohmique de même permittivité et de même perméabilité que le vide a pour conductivité σ . Il est équivalent à un diélectrique de permittivité $\tilde{\varepsilon}$ et d'indice complexe n défini par $\tilde{\varepsilon} = \varepsilon_0 \, n^2$. Exprimer n^2 en fonction de σ et de la longueur d'onde dans le vide λ_0 . Application numérique: $\sigma = 10^7 \, \Omega^{-1} \, \mathrm{m}^{-1}$, $\lambda_0 = 13{,}5 \, \mu\mathrm{m}$. On rappelle que $i = \exp(i\,\pi/2)$. Montrer qu'avec une très bonne approximation, on peut dire que $n = A \, \exp(i\,\pi/4)$, où A est un réel positif dont on donnera la valeur numérique.

C3 Dans ce métal se propage un champ décrit par $\vec{\mathscr{E}}(\vec{r}) = \exp[i\,(\vec{k}_1 + i\vec{k}_2)\cdot\vec{r}\,] \; \vec{e}_z$, où $\vec{k}_1$ et $\vec{k}_2$ sont deux vecteurs réels orthogonaux à $\vec{e}_z$. Dans cette question, on utilisera la valeur approchée de l'indice $n = A \, \exp(i\,\pi/4)$, où A est un réel positif.

Quelles sont les conditions que doivent vérifier les vecteurs $\vec{k}_1$ et $\vec{k}_2$?

Montrer que l'on peut choisir $\vec{k}_1$ et $\vec{k}_2$ pour que les plans équiphase fassent avec les plans équiamplitude un angle de $\pi/4$ radian.

Dans ces conditions, déterminer les normes de $\vec{k}_1$ et $\vec{k}_2$ en fonction de A et de λ_0 .

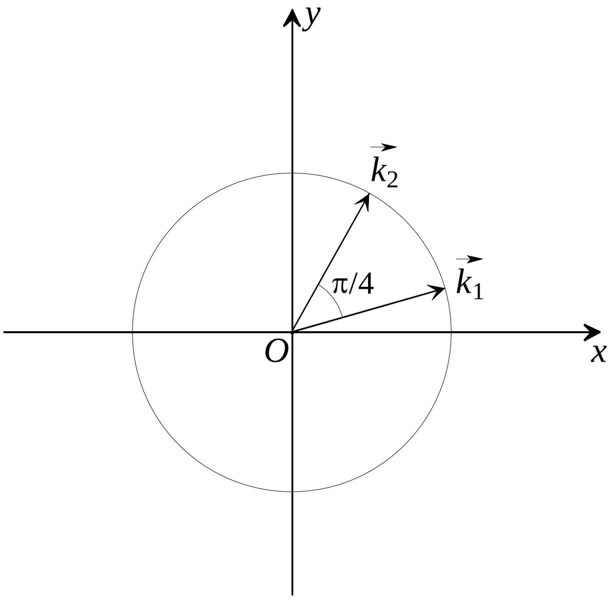
C4 On considère une onde plane dont le champ électrique complexe est $\vec{\mathscr{E}}(\vec{r}) = \exp[i\,(\vec{k}_1 + i\vec{k}_2)\cdot\vec{r}\,] \; \vec{e}_z$, où $\vec{k}_1$ et $\vec{k}_2$ sont deux vecteurs réels orthogonaux à $\vec{e}_z$, de module identique, et faisant entre eux un angle de $\pi/4$ radian.

Déterminer l'excitation magnétique complexe $\vec{\mathscr{H}}$ de cette onde. Est-il vrai que $\vec{\mathscr{E}} \cdot \overline{\vec{\mathscr{H}}} = 0$?

En un point de l'espace défini par sa position $\vec{r}$, déterminer l'excitation magnétique réelle $\vec{H}(\vec{r},t)$.

En déduire qu'à l'origine du repère, $\vec{H}(\vec{0},t) = \dfrac{1}{\omega\mu_0}\left[\vec{k}_1 \wedge \vec{e}_z \cos(\omega t) + \vec{k}_2 \wedge \vec{e}_z \sin(\omega t)\right]$

On pose $\overrightarrow{OA} = \vec{H}(\vec{0},t)$. Préciser sur le schéma ci-dessous (faire une construction soignée à rendre avec la copie) la trajectoire de A ainsi que son sens de parcours.



A – Profondeur de pénétration dans l'eau

A1 $\Delta(e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}}) = -(\vec{k}\cdot\vec{k})\, e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}}$

Dans un milieu homogène sans sources, $\vec{\mathcal{E}}$ vérifie l'équation de Helmholtz.

$\Delta\vec{\mathcal{E}} + \omega^2 \varepsilon \mu_0 \vec{\mathcal{E}} = \vec{0} \Rightarrow \vec{k}\cdot\vec{k} = \omega^2 \varepsilon \mu_0 \Rightarrow k^2 = \omega^2 \varepsilon_0 \varepsilon_r \mu_0 = k_0^2 n^2$.

A2. Dans un milieu avec pertes, $\mathrm{Im}(\varepsilon_r) > 0$ – On choisit n de sorte que $\mathrm{Re}(n) > 0$ et $\mathrm{Im}(n) \geq 0$.

A3. $\lambda_1 \to$ bleu ; $\lambda_2 \to$ rouge

A4. pour $\lambda_1 = 0{,}475\,\mu m$, $\varepsilon_r = [1{,}342 + i\, 7{,}01\, 10^{-10}]^2 = 1{,}342^2 - (7{,}01\, 10^{-10})^2 + 2i\, 1{,}342 \times 7{,}01\, 10^{-10}$.

On voit donc que $\mathrm{Im}(\varepsilon_r) > 0$, ce qui caractérise un milieu à pertes.

A5. $\mathrm{rot}\,\vec{\mathcal{E}} = i\omega\mu_0 \vec{\mathcal{H}} \Rightarrow \vec{\mathcal{H}} = \dfrac{\cancel{i}\,\vec{k}\wedge\vec{\mathcal{E}}}{\cancel{i}\,\omega\mu_0}$

$\vec{P} = \frac{1}{2}\vec{\mathcal{E}}\wedge\overline{\vec{\mathcal{H}}} = \frac{1}{2}\vec{\mathcal{E}}\wedge\dfrac{\overline{\vec{k}}\wedge\overline{\vec{\mathcal{E}}}}{\omega\mu_0} = \dfrac{1}{2\omega\mu_0}\left[(\vec{\mathcal{E}}\cdot\overline{\vec{\mathcal{E}}})\,\overline{\vec{k}} - (\vec{\mathcal{E}}\cdot\overline{\vec{k}})\,\overline{\vec{\mathcal{E}}}\right]$

et $\vec{k} = k\,\vec{e_x}$; $\mathrm{div}\,\vec{\mathcal{E}} = 0 \Rightarrow \vec{k}\cdot\vec{\mathcal{E}} = 0 \Rightarrow k\,\vec{e_x}\cdot\vec{\mathcal{E}} = 0 \Rightarrow \vec{e_x}\cdot\vec{\mathcal{E}} = 0$

$\overline{\vec{k}}\cdot\vec{\mathcal{E}} = \overline{k}\,\vec{e_x}\cdot\vec{\mathcal{E}} = 0$

$\vec{P} = \dfrac{1}{2\omega\mu_0}(\vec{\mathcal{E}}\cdot\overline{\vec{\mathcal{E}}})\, k_0(n' - i n'')\,\vec{e_x}$

$\vec{\mathcal{E}}\cdot\overline{\vec{\mathcal{E}}} = (\vec{\mathcal{E}_0}\cdot\overline{\vec{\mathcal{E}_0}})\, e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}}\, e^{-i\overline{\vec{k}}\cdot\vec{r}} = (\vec{\mathcal{E}_0}\cdot\overline{\vec{\mathcal{E}_0}})\, e^{i(\vec{k}-\overline{\vec{k}})\cdot\vec{r}}$

$= (\vec{\mathcal{E}_0}\cdot\overline{\vec{\mathcal{E}_0}})\, e^{i(k-\overline{k})x} = (\vec{\mathcal{E}_0}\cdot\overline{\vec{\mathcal{E}_0}})\, e^{i k_0 (n-\overline{n})x}$

$= (\vec{\mathcal{E}_0}\cdot\overline{\vec{\mathcal{E}_0}})\, e^{i k_0 (2 i n'') x} = (\vec{\mathcal{E}_0}\cdot\overline{\vec{\mathcal{E}_0}})\, e^{-2 k_0 n'' x}$

$\mathrm{Re}(\vec{P}) = \dfrac{1}{2\omega\mu_0}(\vec{\mathcal{E}_0}\cdot\overline{\vec{\mathcal{E}_0}})\, e^{-2k_0 n'' x}\, k_0 n'\,\vec{e_x}$

A6. L'amplitude de l'onde est : $\vec{\mathcal{E}}(x) = \vec{\mathcal{E}_0}\, e^{i k_0 n x} = \underbrace{\vec{\mathcal{E}_0}\, e^{-k_0 n'' x}}_{\text{amplitude}}\, \underbrace{e^{i k_0 n' x}}_{\text{phase}}$

$l = \dfrac{1}{k_0 n''} = \dfrac{\lambda_0}{2\pi n''}$

pour λ_1 : $l_1 = \dfrac{0{,}475\, 10^{-6}\,m}{2\pi\; 7{,}01\; 10^{-10}} = 108\,m$

pour λ_2 : $l_2 = \dfrac{0{,}650 \cdot 10^{-6}}{2\pi \cdot 1{,}67 \cdot 10^{-8}} = 6{,}2\,m$

A7 Atténuation de la puissance après traversée de 10 m d'eau

pour λ_1 : $e^{-\frac{2x}{l_1}} = e^{-\frac{2\times 10}{108}} = 0{,}83$

pour λ_2 $e^{-2\frac{x}{l_2}} = e^{-\frac{2\times 10}{6{,}2}} = 0{,}040$

le rouge est très fortement atténué, le bleu beaucoup moins

$\Rightarrow$ après qques mètres, tout paraît bleu sous l'eau

Onde plane et Poynting.

B1 $\vec{k}\cdot\vec{k} = \omega^2 \varepsilon_0 \mu_0 \Rightarrow k = k_0 = \omega\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}$.

B2 $\vec{\mathcal{E}_0}$ caractérise la polarisation de l'onde. $\vec{\mathcal{E}_0}$ réel $\Rightarrow$ la polarisation de l'onde est rectiligne, colinéaire à $\vec{\mathcal{E}_0}$.

B3 $\vec{\mathcal{P}} = \frac{1}{2\omega\mu_0}\left[(\vec{\mathcal{E}}\cdot\overline{\vec{\mathcal{E}}})\vec{k} - \underbrace{(\overline{\vec{\mathcal{E}}}\cdot\vec{k})}_{=0 \text{ car } \operatorname{div}\vec{\mathcal{E}}=0}\overline{\vec{\mathcal{E}}}\right]$ (même calcul qu'en A, mais ici $\vec{k}$ est réel.

$\vec{\mathcal{E}}\cdot\overline{\vec{\mathcal{E}}} = \vec{\mathcal{E}_0}\cdot\overline{\vec{\mathcal{E}_0}}\, \cancel{e^{i\vec{k}\vec{r}}}\, \cancel{e^{-i\vec{k}\cdot\vec{r}}}$

$\vec{\mathcal{P}} = \frac{1}{2\omega\mu_0}(\vec{\mathcal{E}_0}\cdot\overline{\vec{\mathcal{E}_0}})\, k\,\vec{u}$

B4 la puissance électromagnétique moyenne qui traverse une surface par rayonnement est le flux de $\mathrm{Re}(\vec{\mathcal{P}})$

B5 la puissance reçue par une surface S perpendiculaire à $\vec{u}$ est

$$P = \iint_S \vec{n}\cdot \mathrm{Re}(\vec{\mathcal{P}})\, dS = \iint_S \cancel{\vec{u}}\, \frac{1}{2\omega\mu_0}\underbrace{(\vec{\mathcal{E}_0}\cdot\overline{\vec{\mathcal{E}_0}})}_{\text{réel}}\, k\,\cancel{\vec{u}}\, dS$$

réel.
↳ conjugué inutile

$$= \frac{k}{2\omega\mu_0}(\vec{\mathcal{E}_0}\cdot\overline{\vec{\mathcal{E}_0}}).S$$

$$= \frac{\cancel{\omega}\sqrt{\varepsilon_0\cancel{\mu_0}}}{2\cancel{\omega}\sqrt{\mu_0}\cancel{\mu_0}}(\vec{\mathcal{E}_0}\cdot\overline{\vec{\mathcal{E}_0}})S = \frac{1}{2\eta}(\vec{\mathcal{E}_0}\cdot\overline{\vec{\mathcal{E}_0}}).S.$$

$$\|\vec{\mathcal{E}_0}\|^2 = \frac{2\eta P}{S} = \frac{2\times 120\pi \times 1000}{1000000\times 1000000} = \frac{240\pi \times 10^3}{10^{12}} = 7{,}54\ 10^{-7}$$

$\|\mathcal{E}_0\| = 86{,}8$ mV/m

Equivalence métal - diélectrique ; onde plane dissociée.

C1)
$$\begin{cases} \text{rot}\,\vec{E} = i\omega\mu_0\vec{H} \\ \text{rot}\,\vec{H} = \vec{j} - i\omega\varepsilon\vec{E} \\ \text{div}\,\vec{D} = \rho \\ \text{div}\,\vec{B} = 0 \end{cases}$$

C2). pour un métal ohmique de permittivité ε_0, la deuxième équation de Maxwell s'écrit

$$\text{rot}\,\vec{H} = \sigma\vec{E} - i\omega\varepsilon_0\vec{E} = -i\omega\varepsilon_0\underbrace{\left[1+\frac{i\sigma}{\varepsilon_0\omega}\right]}_{\tilde{\varepsilon}_r = n^2}\vec{E}$$

d'où $\boxed{n^2 = 1 + i\frac{\sigma}{\varepsilon_0\omega}}$; et $k_0 = \frac{2\pi}{\lambda_0} = \omega\sqrt{\varepsilon_0\mu_0} \Rightarrow \frac{1}{\omega} = \frac{\lambda_0\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}}{2\pi}$

$$n^2 = 1 + i\frac{\sigma\lambda_0}{\varepsilon_0 2\pi}\sqrt{\varepsilon_0\mu_0} = 1 + i\frac{\sigma\lambda_0}{2\pi}\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} = 1 + i\frac{\sigma\lambda_0}{2\pi}\sqrt{4\pi 10^{-7} \times 36\pi 10^9}$$

$$n^2 = 1 + i\frac{\sigma\lambda_0}{\cancel{2\pi}}(\cancel{2\pi}\, 6\times 10) \Rightarrow \boxed{n^2 = 1 + i\, 60\,\sigma\lambda_0}$$

A.N $n^2 = 1 + i\, 60\, 10^7 \times 13{,}5\, 10^{-6} = 1 + i\, 8100$; et on peut négliger 1 devant $i8100$

$$\boxed{n \simeq \sqrt{i} \times 90 = 90\, e^{i\frac{\pi}{4}}}$$

C3) nécessairement, $\vec{k}\cdot\vec{k} = \omega^2\varepsilon\mu_0 = \omega^2\varepsilon_0\mu_0 n^2 = k_0^2 n^2$.

$$\Rightarrow \|\vec{k_1}\|^2 - \|\vec{k_2}\|^2 + 2i\,\vec{k_1}\cdot\vec{k_2} = k_0^2 A^2 \underbrace{e^{i\frac{\pi}{2}}}_{=i}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} k_1^2 - k_2^2 = 0 \\ \text{et } 2\vec{k_1}\cdot\vec{k_2} = k_0^2 A^2 \end{cases}$$ (on note $k_1 = \|\vec{k_1}\|$ et $k_2 = \|\vec{k_2}\|$).

$$\rightarrow \boxed{\begin{cases} \|\vec{k_1}\| = \|\vec{k_2}\| \\ \text{et } 2\vec{k_1}\cdot\vec{k_2} = k_0^2 A^2 \end{cases}}$$

Pour que les plans équiphase fassent avec les plans équiamplitude un angle de $\frac{\pi}{4}$, il faut et il suffit que $\vec{k_1}$ et $\vec{k_2}$ fassent un angle de $\frac{\pi}{4}$ - la deuxième équation s'écrit.

$$2\,k_1 \underbrace{k_2}_{\substack{\parallel \\ k_1}} \underbrace{\cos\frac{\pi}{4}}_{\frac{1}{\sqrt{2}}} = k_0^2 A^2 \Rightarrow 2\,k_1^2\frac{1}{\sqrt{2}} = k_0^2 A^2 \Rightarrow k_1^2 = \frac{k_0^2 A^2}{\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow \boxed{\|\vec{k_1}\| = \|\vec{k_2}\| = \frac{k_0 A}{\sqrt{\sqrt{2}}} = \frac{2\pi A}{\lambda_0\sqrt{\sqrt{2}}}}$$

C4) $\text{rot}\,\vec{E} = i\omega\mu_0\vec{H}$.

$$\rightarrow \vec{H} = \frac{1}{i\omega\mu_0}\text{rot}\,\vec{E} = \frac{\cancel{i}(\vec{k_1} + i\vec{k_2})\wedge\vec{E}}{\cancel{i}\omega\mu_0} = \frac{1}{\omega\mu_0}(\vec{k_1} + i\vec{k_2})\wedge\vec{e_z}\, e^{i(\vec{k_1}+\vec{k_2})\cdot\vec{r}}$$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{H} = \frac{1}{\omega\mu_0}\left[\vec{k_1}\wedge\vec{e_z} + i\,\vec{k_2}\wedge\vec{e_z}\right] e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}}}$$ en posant $\vec{k} = \vec{k_1} + \vec{k_2}$

$$\vec{E}\cdot\overline{\vec{H}} = \left[e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}}\,\vec{e_z}\right]\cdot\left[\frac{1}{\omega\mu_0}(\vec{k}\wedge\vec{e_z})\, e^{-i\vec{k}\cdot\vec{r}}\right]$$

or $\vec{e_z}\cdot(\vec{k}\wedge\vec{e_z})$ est nul puisque $\vec{k}\wedge\vec{e_z}$ n'a pas de composante sur $\vec{e_z}$

donc $\boxed{\vec{E}\cdot\overline{\vec{H}} = 0}$

$$\vec H(\vec r,t) = \mathrm{Re}\left[\vec{\mathcal{H}}\, e^{-i\omega t}\right]$$

$$= \frac{1}{\omega\mu_0}\,\mathrm{Re}\left[\left(\vec k_1\wedge\vec e_z + i\,\vec k_2\wedge\vec e_z\right) e^{-\vec k_2\cdot\vec r}\, e^{i(\vec k_1\cdot\vec r-\omega t)}\right]$$

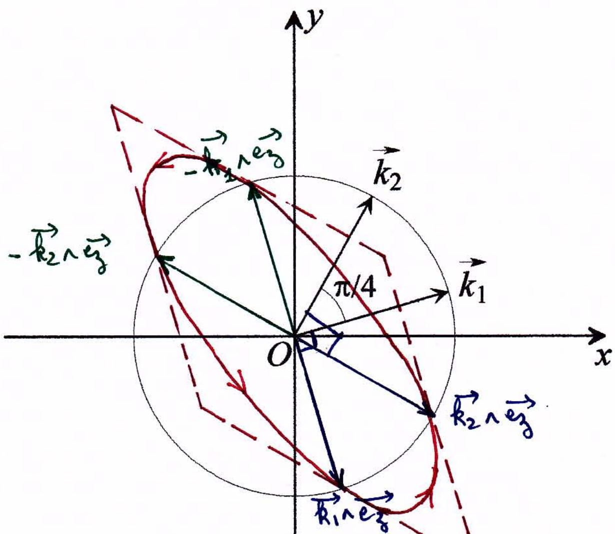
$$\boxed{\vec H(\vec r,t) = \frac{1}{\omega\mu_0}\, e^{-\vec k_2\cdot\vec r}\left[\vec k_1\wedge\vec e_z\,\cos(\vec k_1\cdot\vec r-\omega t) - (\vec k_2\wedge\vec e_z)\,\sin(\vec k_1\cdot\vec r-\omega t)\right]}$$

$$\boxed{\vec H(\vec 0,t) = \frac{1}{\omega\mu_0}\left[\vec k_1\wedge\vec e_z\,\cos\omega t + \vec k_2\wedge\vec e_z\,\sin\omega t\right]}$$

$\vec{OA} = \vec H(\vec 0,t)$; à $\frac{1}{\omega\mu_0}$ près, $\vec{OA}$ est une combinaison linéaire de $\vec k_1\wedge\vec e_z$ et $\vec k_2\wedge\vec e_z$ avec pour coefficients respectifs $\cos\omega t$ et $\sin\omega t$

A se déplace donc sur une ellipse incrite dans le parallélogramme construit sur les vecteurs $\vec k_1\wedge\vec e_z$, $\vec k_2\wedge\vec e_z$, et leurs opposés

Le sens de parcours va de $\vec k_1\wedge\vec e_z$ vers $\vec k_2\wedge\vec e_z$



Trajectoire de A, à $\frac{1}{\omega\mu_0}$ près