

# L'étrange ruban de Möbius

**Au royaume des maths, il existe une province bizarre de chez bizarre qui s'appelle la topologie. Pour y faire un tour, c'est simple : du papier, des ciseaux, un chouïa de colle.**

Coupez une bande de papier (20 cm de long par exemple sur 4 de large). Faites faire un demi-tour à l'une des extrémités de la bande et collez-la sur l'autre. Et vous voilà heureux possesseur d'un «ruban de Möbius» du nom d'un mathématicien allemand du XIX<sup>e</sup> siècle, connu surtout pour cet objet qui va vous surprendre.

**PREMIÈRE EXPÉRIENCE :** choisissez, sur le ruban, un point de départ. Puis faites courir votre doigt sur l'une des faces. **Surprise : vous allez revenir à votre point de départ, mais... sur l'autre face !** Continuez encore, et vous retrouverez votre vrai point de départ. Étonnant non, de passer d'une face à l'autre sans lever le doigt ? Ça s'explique : en faisant faire un demi-tour à l'une des extrémités avant de la coller à l'autre, **vous avez «fondu» les deux faces en une seule.** De la même manière, le demi-tour a mis les bords opposés de la bande en contact... et vous pouvez vérifier qu'on **passe effectivement d'un bord à «l'autre» sans décoller le doigt.** Une seule face, un seul bord... et pourtant on en voit bien deux !

Et ce n'est pas tout. Ce ruban étrange est avant tout connu des mathéux pour être une «**surface non orientable**». Ce qui n'est pas le cas de la surface de la Terre : on s'y oriente à l'aise. Il suffit de se donner, par exemple, le Nord (une flèche vers le pôle nord) et l'Est (une flèche perpendiculaire à la précédente, vers la droite). Maintenant, essayez un peu d'orienter le ruban. Tracez un repère fait de deux flèches perpendiculaires (*voir photo en haut à gauche*). Si vous recopiez ce repère tout le long du ruban (en gardant bien les mêmes directions), vous allez arriver «sous» votre premier repère. Et

là, horreur, **la flèche qui indiquait le haut pointe maintenant vers le bas !** Et alors, direz-vous, où est le problème, vu qu'on est sur «l'autre face» ? Halte-là ! Une surface mathématique n'a pas d'épaisseur ! Donc, sur votre ruban de Möbius, pour un même point, le «Nord» est bel et bien indiqué dans deux directions opposées ! Avec un ruban de Möbius transparent, le résultat sauterait encore mieux aux yeux : il est impossible de l'«orienter».

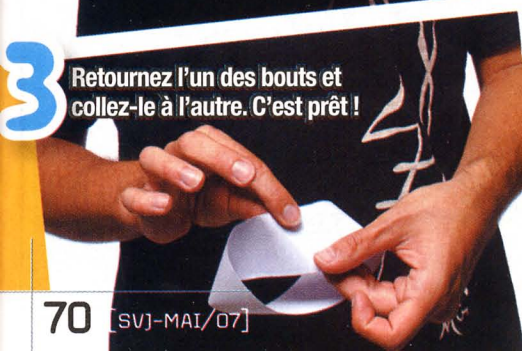
### DEUXIÈME EXPÉRIENCE

#### Un dernier regard sur la planète Möbius

Devinez ce que l'on obtient si on découpe le ruban en deux dans le sens de la longueur ? Et vérifiez avec vos ciseaux...

Alors ? Vous voilà avec un ruban encore plus tordu que le ruban initial : deux faces et deux bords ! Et, contrairement au ruban de Möbius dont il découle pourtant, on peut l'orienter.

Question subsidiaire : et si on coupe un ruban de Möbius à un tiers du bord (et oui, il n'y en a qu'un ! Il faut s'y faire...) dans le sens de la longueur ? Essayez, c'est très joli... et franchement surprenant !



**1** Coupez une bande papier

**2** Rapprochez les deux extrémités

**3** Retournez l'un des bouts et collez-le à l'autre. C'est prêt !

La topologie des surfaces étudie les objets qui seraient en caoutchouc particulière-ment souple. Prenez un ballon de rugby et un ballon de foot. Comme il suffit de déformer l'un pour obtenir l'autre, on en conclut qu'ils sont de la même famille. En revanche, la bouée n'en est pas.

## La topologie

En effet, pour la transformer en ballon, rien ne sert de la déformer : il faudra carrément la découper et recoller les morceaux. Le boulot des «topologues», c'est précisément de découvrir les propriétés qui restent vraies pour tous les objets d'une même famille.